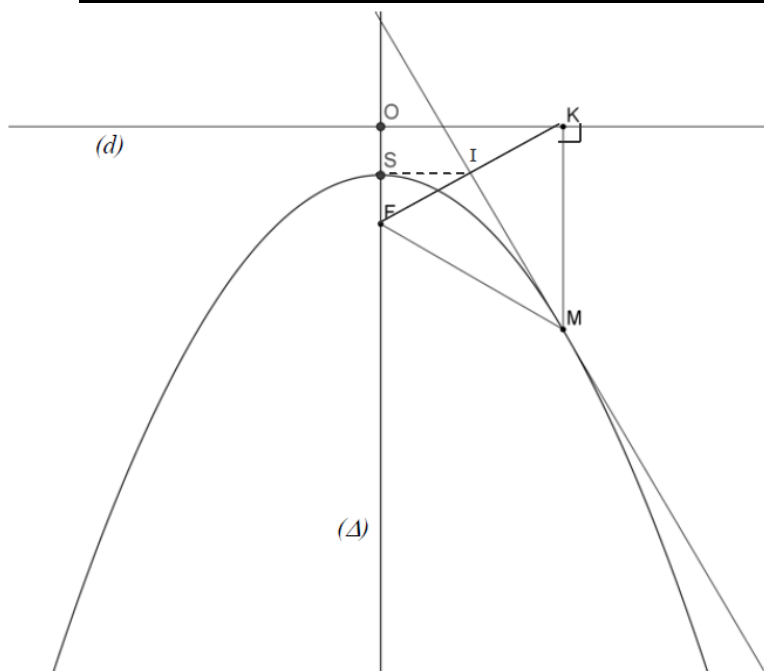


## SÉANCE 1 : CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE DE LA PARABOLE À LA MAIN



Une **parabole** est une courbe aux propriétés particulières.

Les éléments suivants la caractérisent :

1. son axe de symétrie  $(\Delta)$ ,
2. son sommet S, situé sur l'axe de symétrie,
3. son foyer F situé sur l'axe de symétrie,
4. sa directrice perpendiculaire à l'axe de symétrie dont le point O d'intersection avec  $(\Delta)$  est le symétrique de F par rapport à S,
5. le milieu I du segment  $[FK]$  est tel que la droite (SI) est parallèle à  $(d)$ .

Tout point M de la parabole vérifie la propriété suivant :

$$MF = MK \text{ (propriété P1)}$$

où K est le projeté orthogonal de M sur la directrice  $(d)$ .

De plus, la **bissectrice** de l'angle FMK est **tangente** à la parabole en M (*propriété P2*).

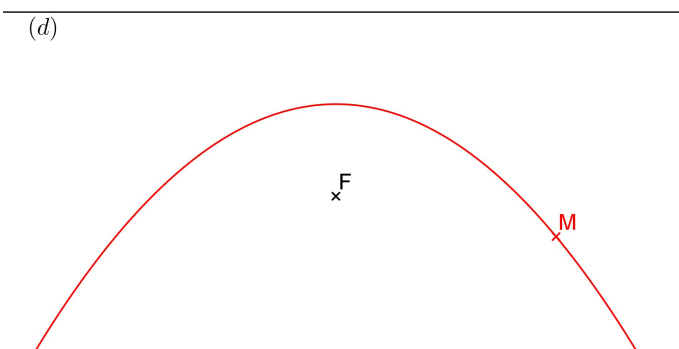
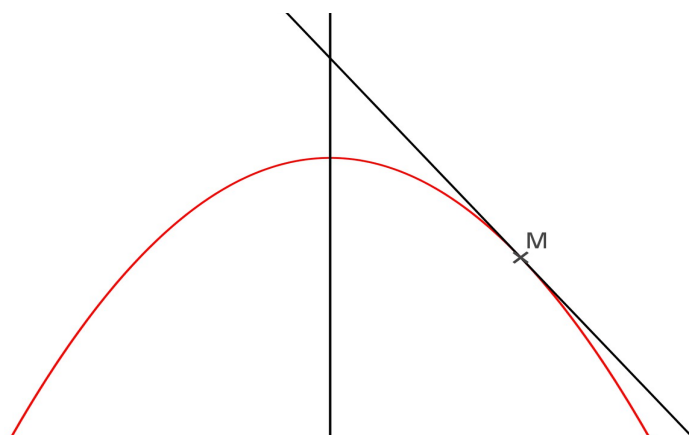
### Exercices pour mieux comprendre

#### Exercice 1 :

On donne la paraboles (P) ci-contre, un point M de (P), la tangente (t) à (P) en M et l'axe de symétrie de (P). Retrouver le foyer F et la directrice (d).

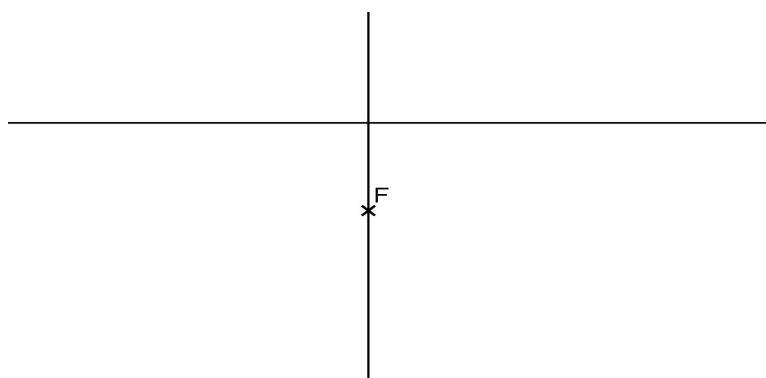
#### Exercice 2 :

Cette fois-ci (ci-dessous), on connaît le foyer F et la directrice (d). Construire la tangente à la parabole en M.



#### Exercice 3 :

Ci-contre, on connaît le foyer F, la directrice et l'axe de symétrie. Construire trois points distincts de la parabole.



## SÉANCE 2 : CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE DE LA PARABOLE AVEC GEOGEBRA

Vous allez émettre une conjecture sur la forme algébrique d'une parabole à l'aide du logiciel libre Géogebra.

### PARTIE A : Premier exemple d'expression algébrique d'une parabole

- Ouvrir le logiciel géogebra, puis récupérer le fichier : « 41-2-construction ggb 1 » (enregistrer tout de suite le fichier sur votre session)
  - Sur cette figure, on trouve le foyer F, la directrice (d) en rouge et l'axe de symétrie  $\Delta$  en vert.
- 1) Sur le modèle de l'exercice 3 de la fiche 1, placer un point M de la parabole, autre que le sommet.
  - 2) Pour avoir d'autres points de la parabole, activer la trace du point M. Pour cela, faire un clic droit sur le point M, puis sélectionner « trace activée ».
  - 3) Dans la barre de saisie, entrer l'équation  $y = 0,25x^2 + x - 8$  pour faire tracer sa courbe

Saisie:  $y=0.25x^2+x-8$

- 4) Que constatez-vous ?

### PARTIE B: Deuxième exemple d'expression algébrique d'une parabole

- Ouvrir le fichier : « 41-2-construction ggb 2 ».
  - Sur cette figure, on trouve le foyer F, la directrice (d) en rouge et l'axe de symétrie gde en vert de la partie A
  - On constate aussi qu'une nouvelle fenêtre à gauche est ouverte : c'est la fenêtre dite « d'algèbre »
- 1) Faire afficher les axes du repère.
  - 2) Dans la fenêtre d'algèbre à gauche, modifier en double cliquant dessus, les coordonnées du foyer F en (0 ; 4,25), l'équation de la directrice rouge en  $y = 3,75$  et l'équation de l'axe de symétrie vert en  $x=0$ .
  - 3) Construire la nouvelle parabole.
  - 4) Dans la barre de saisie, entrer l'équation  $y = x^2 + 4$  pour faire tracer sa courbe.

Saisie:  $y=x^2+4$

- 5) Que constatez-vous ?

Conclusion : Proposer une forme algébrique **générale** de l'équation d'une parabole.

### PARTIE C : Identification de l'axe de symétrie d'une parabole, exemple.

- 1) Compléter le tableau des coordonnées des points de la parabole d'équation  $y = 0,25x^2 + x - 8$

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y									

- 2) Comparer les ordonnées des points d'abscisses - 6 et 2 ; et celle des points d'abscisses -4 et 0.
- 3) Plus généralement, pour tout nombre t, que semble-t-on pouvoir affirmer pour les ordonnées des points de la parabole d'abscisses  $-2 - t$  et  $-2 + t$  ?
- 4) Démontrer la conjecture formulée précédemment.

On dit que **la droite d'équation  $x = -2$  est l'axe de symétrie de la parabole.**

### Partie D : Identification de l'axe de symétrie d'une parabole, cas général.

Soit la parabole P d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  avec  $a \neq 0$ . Comment déterminer l'équation de l'axe de symétrie ?

**SÉANCE 3 : COURBES DE FONCTIONS DE LA FORME  $f(x)=ax^2+bx+c$  (1)**

A l'instant  $t=0$ , on lance une balle vers le haut en direction verticale. On appelle  $h$  la fonction qui à chaque instant  $t \geq 0$  en seconde associe la hauteur de la balle en mètres. On a  $h(t)=-5t^2+4t+1$

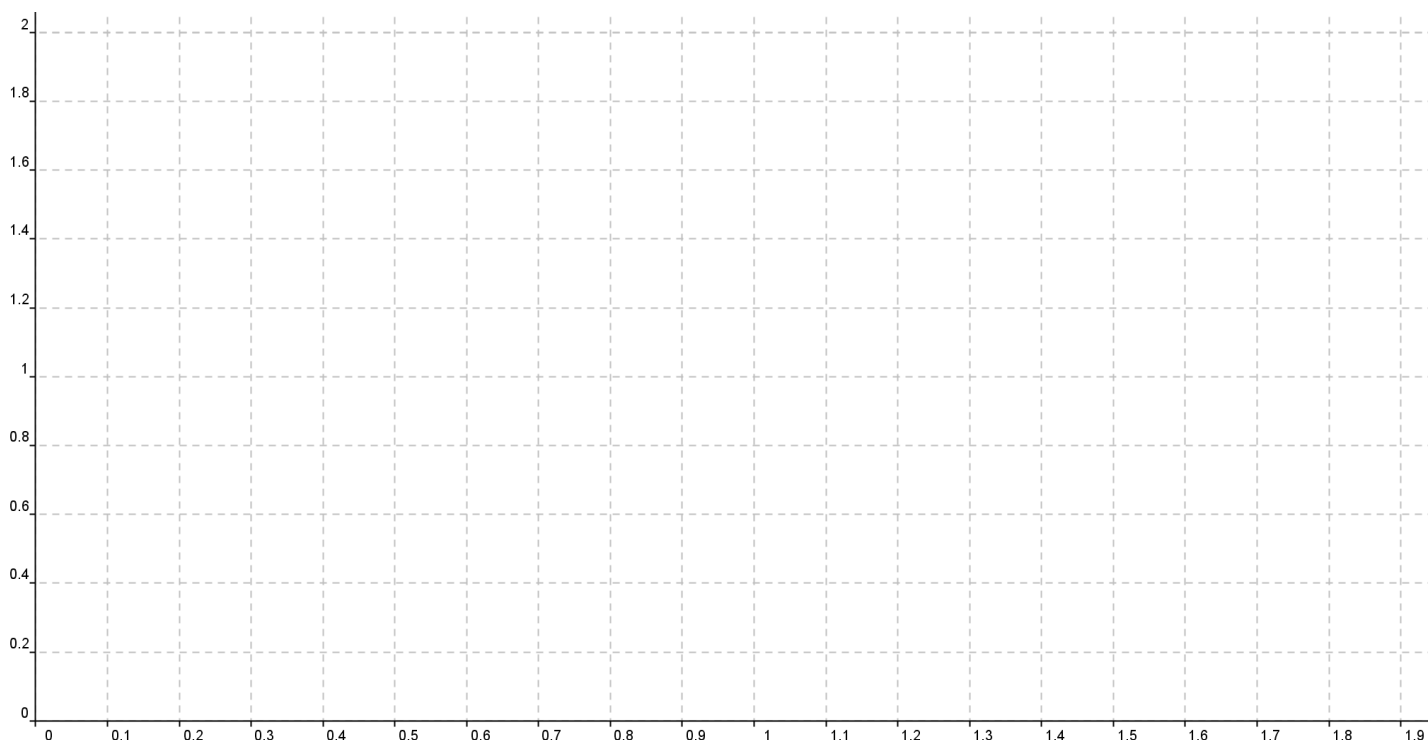
- 1) Quelle est l'altitude de la balle à 0,1 sec ?
- 2) Quelle est l'altitude de la balle à 0,2 sec ?
- 3) A quelle altitude la balle a-t-elle été lancée ?

**Pour les questions qui suivent, on pourra conjecturer les réponses à l'aide d'un graphique puis les démontrer.**

- 4) La balle ira-t-elle jusqu'à 2 m ?
- 5) A quel instant, la balle repasse t-elle à l'altitude où elle a été lancée ?

6) Après une seconde, la balle rebondit et on établit que sa hauteur en mètres est donnée par :  $f(t) = -5t^2 + 14t - 9$ .

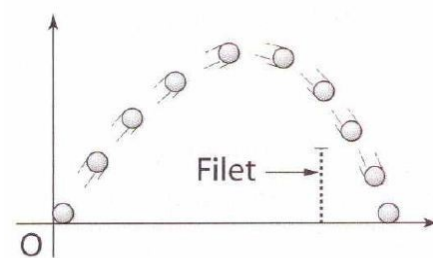
Au bout de combien de temps, la balle effectue un second rebond sur le sol ?



## SÉANCE 4 : COURBES DE FONCTIONS DE LA FORME $f(x) = ax^2 + bx + c$ (2)

**Application 1 :** L'objectif de cet exercice est de trouver l'expression algébrique de la fonction  $f$  associée à la trajectoire d'une balle de ping-pong.

On admet que la trajectoire est une parabole.



Voici les données :

- Partie de l'origine du repère, la balle arriverait 150 cm plus loin sans le filet
- Elle s'est élevée de 50 cm de haut

- 1) Déterminer l'expression algébrique de la fonction  $f$ .
- 2) Sachant que le filet se trouve à 120 cm de l'origine et que la hauteur est de 15,25 cm, la balle est-elle passée au-dessus du filet ?

**Application 2 :** Ci-dessous la trajectoire de l'ouragan Katrina en 2005



1°) Par quelle courbe  $P$  peut-on modéliser la trajectoire de l'ouragan Katrina.

2°) On a placé cette courbe dans un repère bien choisi (voir le fichier géogebra « 41-4-courbe ouragan.ggb »).

3°) Donner, dans ce repère, les coordonnées de trois points facile à lire.

4°) Soit  $P : y = ax^2 + bx + c$  dans le repère choisi.

Déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Tracer la courbe sur le graphique.

Que pensez-vous de l'approximation graphique ainsi réalisée ?